

Gestion de portefeuille

2011/2012

Allocation stratégique et tactique d'actifs

Fares Bouanika | Yannick DRIF

Contenu

Objectif.....	2
1. Composition du portefeuille et données de marché	3
a. Titres et données.....	3
• ACCORD	3
• AIR LIQUIDE	3
• ALCATEL-LUCENT	4
• AXA.....	4
• BNP PARIBAS	5
• CAP GEMINI	5
• CREDIT AGRICOLE SA	6
• CARREFOUR	6
• DANONE	7
• VINCI.....	7
b. Données de marché et calcul du rendement.....	8
2. Allocation de Portefeuille : modèle de Markowitz.	9
a. Absence d'un actif sans risque.	9
i. Détermination de la frontière efficiente.....	9
ii. Portefeuille global de variance minimum.....	9
b. Présence d'un actif sans risque.	11
i. Détermination de la frontière efficiente.....	11
ii. Portefeuille de marché (tangente)	12
3. Allocation de portefeuille : modèle de Black-Litterman.	13
Conclusion.....	14

Objectif

Dans le cadre de l'enseignement « théorie de portefeuille » nous avons étudié les fondements de l'évaluation du risque et de la performance des portefeuilles gérés. L'enjeu de la simulation est de déterminer l'allocation de notre investissement aux différentes classes d'actifs mis à notre disposition puis à travers des méthodes quantitatives allouer une richesse de manière efficiente avec deux méthodes : l'allocation originelle de Markowitz et l'allocation de Black et Litterman.

1. Composition du portefeuille et données de marché

Un portefeuille est une combinaison linéaire de titres dont les coefficients représentent la proportion des différents titres formant le portefeuille. La somme de ces coefficients est égale à 1. Dans cette simulation nous autorisons la vente à découvert (les coefficients peuvent être négatifs).

a. Titres et données. (Source : boursorama.com)

Notre portefeuille est composé de dix titres de divers secteurs : Banque, Construction, Agroalimentaire, Chimie, Grande Distribution ...

• **ACCORD**

Accor est le 1er groupe hôtelier européen. Le CA (hors activités cédées et en voie de cession) par activité se répartit comme suit :

- hôtellerie (95,7%) : exploitation, à fin 2010, de 4 229 hôtels (507 306 chambres) répartis entre hôtels haut et milieu de gamme (58,5% du CA ; 1 364 hôtels ; enseignes Sofitel, Pullman, Novotel, Mercure, Adagio, Suitehotel, etc.) et hôtels économiques (41,5% ; 2 865 ; All seasons, Ibis, Etap Hotel, Formule 1, Motel 6 et Studio 6)
- autres (4,3%) : notamment activité de restauration gastronomique (gestion de 45 boutiques, dont 16 en France ; Lenôtre).

La répartition géographique du CA (hors activités cédées et en voie de cession) est la suivante : France (34%), Europe (38,9%), Amérique du Nord (10,4%), Amérique latine et Caraïbes (5%) et autres (11,7%).

• **AIR LIQUIDE**

Air Liquide figure parmi les leaders mondiaux de la production de gaz industriels et médicaux. Le CA par famille de produits et services se répartit comme suit :

- gaz industriels et médicaux (88,1%) : oxygène, azote, hydrogène, gaz de synthèse. En outre, le groupe fournit des équipements et des services de contrôle des systèmes de fluides, de gestion des gaz et des liquides chimiques, des services de soins à domicile et d'hygiène hospitalière et des équipements de salles d'opération. Le CA par marché se ventile entre industrie (73,8%), santé (16,3%) et électronique (9,9%) ;
- matériels de soudage et de coupage (3,2%) : chalumeaux, fils, électrodes, etc. ;
- produits de chimie fine et de plongée (3,1%).

Le solde du CA (5,6%) concerne des activités d'ingénierie et de construction d'usines de production de gaz et de fabrication de produits à technologie avancée.

La répartition géographique du CA est la suivante : France (19,7%), Europe (35,7%), Asie-Pacifique (21,3%), Amériques (21,1%), Afrique et Moyen Orient (2,2%).

Nombre de titres : 283 768 739

Capitalisation boursière : 26 929.65 MEUR

Secteur d'activité : Chimie de base

- **ALCATEL-LUCENT**

Alcatel-Lucent propose des solutions qui permettent aux fournisseurs de services, aux entreprises et aux administrations du monde entier d'offrir des services voix, données et vidéo à leurs propres clients. Leader dans les réseaux haut débit fixes, mobiles et convergés, les technologies IP, les applications et les services, Alcatel-Lucent développe des solutions complètes qui rendent possibles des services de communications innovants pour les utilisateurs, qu'ils soient chez eux, au travail ou en déplacement. Présent dans plus de 130 pays, Alcatel-Lucent est un partenaire local avec une dimension internationale. L'équipe de service d'Alcatel-Lucent est la plus développée et la plus expérimentée de l'industrie. Le Groupe compte également l'une des plus grandes capacités de R&D dédiées aux communications.

Alcatel-Lucent qui a réalisé des revenus de 15,99 milliards d'euros en 2010, est une société de droit français, avec son siège social à Paris.

Effectif : 79 796

Nombre de titres : 2 320 274 456

Capitalisation boursière : 2 888.74 MEUR

Secteur d'activité : Équipements de télécommunication

- **AXA**

Axa est le 1er groupe d'assurance mondial. Le CA par activité se répartit comme suit :

- assurance vie (62,6%) : vente de contrats d'épargne, de retraite, de prévoyance et de santé aux particuliers et aux entreprises. Le CA par pays se répartit comme suit : France (25,7%), Etats-Unis (16,6%), Amérique latine (12,2%), Allemagne (12,1%), Japon (9,8%), Suisse (8,9%), Belgique (4,4%), Royaume Uni (3,6%) et autres (6,7%)
- assurance dommages (30,1%) : principalement assurances automobile, habitation, dommages aux biens et responsabilité civile. Le CA se ventile géographiquement entre France (21,3%), Amérique latine (25,1%), Royaume Uni et Irlande (15,1%), Allemagne (12,6%), Suisse (8,5%), Belgique (7,7%) et autres (9,7%) ;
- gestion d'actifs (3,7%) : 1 103,5 MdsEUR d'actifs gérés à fin 2010, dont 41,7% pour compte de tiers ;

- assurance internationale (3,1%) : notamment assurance de grands risques (67,8% du CA) et prestations d'assistance (27,1% ; assistance médicale de personnes en voyage, assistance technique aux véhicules, etc.) ;
- autres (0,5%) : essentiellement activités bancaires en France, en Belgique et en Allemagne.

Nombre de titres : 2 357 197 520

Capitalisation boursière : 23 100.54 MEUR

Secteur d'activité : Assurance - Services complets

• **BNP PARIBAS**

BNP Paribas est le 1er groupe bancaire français. Le Produit Net Bancaire (PNB) par activité se répartit comme suit :

Banque de détail (53,8%) ; Banque de financement et d'investissement (27,3%) ; Gestion institutionnelle et privée et assurance (14,1%) ; Autres (4,8%).

A fin 2010, BNP Paribas gère 580,9 MdsEUR d'encours de dépôts et 684,7 MdsEUR d'encours de crédits.

La répartition géographique du PNB est la suivante : France (34,9%), Europe (43,9%), Amériques (12,9%), Asie et Océanie (4,6%) et autres (3,7%).

Effectif : 205 348

Nombre de titres : 1 207 739 898

Capitalisation boursière : 33 689.90 MEUR

Secteur d'activité : Banques

• **CAP GEMINI**

Cap Gemini figure parmi les principaux prestataires mondiaux de services informatiques. Le CA par activité se répartit comme suit :

- conception, développement et intégration de systèmes (41,5%) ;
- prestations d'infogérance (36,3%) : gestion d'applications et d'infrastructures ;
- prestations de services informatiques de proximité (16,3% ; Sogeti) : à destination des filiales locales de grandes entreprises ;
- prestations de conseil (5,9%).

La répartition géographique du CA est la suivante : France (22,2%), Royaume Uni et Irlande (22%), Benelux (15,1%), Scandinavie (6,2%), Europe et Amérique latine (13%), Amérique du Nord (19,2%) et Asie-Pacifique (2,3%).

Effectif : 108 698

Nombre de titres : 155 770 362

Capitalisation boursière : 3 863.10 MEUR

Secteur d'activité : Services informatiques

- **CREDIT AGRICOLE SA**

Crédit Agricole figure parmi les 1ers groupes bancaires européens. Le Produit Net Bancaire (avant éliminations intragroupe) par activité se répartit comme suit :

Banque de détail (32,7%) ; Banque de financement, d'investissement et de marché (25,1%) ; Gestion d'actifs, assurance et banque privée (23,6%)

A fin 2010, Crédit Agricole gère 501,4 MdsEUR d'encours de dépôts et 383,2 MdsEUR d'encours de crédits.

La répartition géographique du PNB est la suivante : France (51,1%), Europe (35,3%), Japon (1%), Asie et Océanie (5,1%), Amérique du Nord (4,7%), Afrique et Moyen Orient (2,4%), Amérique centrale et du Sud (0,3%)

Nombre de titres : 2 498 020 537

Capitalisation boursière : 10 099.50 MEUR

Secteur d'activité : Banques

- **CARREFOUR**

Carrefour est le n° 1 européen et le n° 2 mondial de la grande distribution. L'activité du groupe s'organise autour de 4 types de magasins :

- hypermarchés : détention, à fin 2010, de 1 401 magasins sous l'enseigne Carrefour ;
- supermarchés : détention de 2 952 magasins sous les enseignes Carrefour Express, Carrefour Market, Champion, GS et GB ;
- magasins maxidiscomptes : détention de 6 373 magasins sous les enseignes Ed, Dia et Minipreço ;
- autres : exploitation d'un réseau de 5 059 magasins de proximité (enseignes Shopi, Marché Plus, Huit à 8, GB Express, Contact GB, 5' Marinopoulos, Di per Di, Smile Market), de 152 magasins Cash & Carry, de magasins de gros (Promocash et Codi Cash), et de sites de commerce électronique (Ooshop et Boostore).

La répartition géographique du CA est la suivante : France (41,5%), Europe (33,4%), Amérique latine (17,2%) et Asie (7,9%).

Effectif : 471 755

Nombre de titres : 679 336 000

Capitalisation boursière : 11 283.77 MEUR

Secteur d'activité : Détaillants et grossistes – Alimentation

- **DANONE**

Danone figure parmi les 1ers groupes agroalimentaires mondiaux. Le CA par famille de produits se répartit comme suit :

- produits laitiers frais (57,2% ; n° 1 mondial) : yaourts et desserts (marques Danone, Activia, Actimel, Danette, Gervais, etc.) ;
- aliments infantiles (19,7% ; n° 1 mondial) : marques Blédina, Wow&Gate, Nutricia et Milupa ;
- eaux conditionnées (16,9%) : eaux naturelles, aromatisées ou enrichies en vitamines (marques Evian, Volvic, Badoit, Aqua, etc.) ;
- produits de nutrition médicale (6,2%).

A fin 2010, le groupe dispose de 158 sites de production dans le monde.

La répartition géographique du CA est la suivante : Europe (55,6%), Asie-Pacifique (14%) et autres (30,4%).

Effectif : 100 995

Nombre de titres : 642 246 573

Capitalisation boursière : 31 457.24 MEUR

Secteur d'activité : Produits alimentaires

- **VINCI**

Vinci est le n° 1 mondial des prestations de construction, de concessions et de services associés. Le CA par activité se répartit comme suit :

- conception et construction d'ouvrages (39,3% ; Vinci Construction) : notamment dans les domaines du bâtiment, du génie civil et de l'hydraulique.
- construction, rénovation et entretien d'infrastructures de transport (23,8% ; Eurovia) : routes, autoroutes et voies ferrées.
- conception, réalisation et maintenance d'infrastructures d'énergies et de télécoms (21,3% ; Vinci Energies).
- gestion déléguée d'infrastructures (15,3% ; Vinci Concessions) : principalement gestion de routes et d'autoroutes, de parcs de stationnement et d'aéroports.
- autres (0,3%).

La répartition géographique du CA est la suivante : France (62,7%), Europe (25,6%), Amérique du Nord (2,8%) et autres (8,9%).

Effectif : 179 527

Nombre de titres : 565 276 672

Capitalisation boursière : 19 131.79 MEUR

Secteur d'activité : Construction lourde

b. Données de marché et calcul du rendement.

Les données utilisées sont des cours hebdomadaires du CAC 40 issue de « Yahoo finance » sur la période de 01/01/2004 à 31/12/2008. Cette dernière nous a paru préférable car elle fait suite à la crise de 2001 liée à la « bulle internet » et précède la crise des subprimes de 2007. Pour la simulation nous avons le choix de sélectionner le prix ouverture, de clôture ou de clôture ajusté¹.

Le calcul du rendement hebdomadaire est donné par l'équation suivante :

$$R_{i,k+1} = \frac{(P_{i,k+1} - P_{i,k})}{P_{i,k}} \quad 1 < i < 10 \text{ et } 1 < k < 52$$

Avec : $P_{i,k}$ le rendement à l'instant j de l'actif i.

$P_{i,k}$ le prix de l'actif i à l'instant k.

La rentabilité moyenne hebdomadaire (resp : l'écart-type) de chaque actif est calculé grâce fonction à la moyenne » (resp : « ecartype »).

	ACCOR	CREDIT AGR	AIR LIQ	ALCATEL	DANONE	BNP	CARREF	CAP	AXA	VINCI
Moy hebdomadaire	0,13%	-0,12%	0,70%	-0,53%	0,64%	-0,03%	-0,07%	0,06%	0,87%	1,23%
Ecart type	4,13%	4,99%	10,48%	6,02%	7,32%	4,43%	3,73%	5,31%	18,49%	10,12%

Moy. annualisé	6,75%	-6,30%	36,62%	-27,48%	33,36%	-1,56%	-3,41%	2,90%	45,19%	63,88%
Ecart type annualisé	29,75%	36,01%	75,57%	43,43%	52,77%	31,94%	26,89%	38,29%	133,31%	73,00%

¹ Prix de clôture ajusté de dividendes et divisions

2. Allocation de Portefeuille : modèle de Markowitz.

Tout investisseur mettant en place un portefeuille d'actifs financiers se voit confronté à un risque quant à la rentabilité des actifs le composant. L'idée du modèle de Markowitz est que chaque individu souhaitera optimiser la rentabilité de son investissement. Il cherchera donc l'investissement le plus rentable pour un niveau de risque donné, ou de manière équivalente, l'investissement le moins risqué pour une rentabilité espérée donnée. Dans notre description du modèle nous traiterons séparément les cas d'absence et de présence d'un actif sans risque sur le marché.

a. Absence d'un actif sans risque.

i. Détermination de la frontière efficiente.

- Les poids du portefeuille efficient est déterminé par :

$$\omega_p = \frac{1}{BC - A^2} [B(\Sigma^{-1} \mathbf{1}_{R^N}) - A(\Sigma^{-1} \mu)] + \frac{1}{BC - A^2} [C(\Sigma^{-1} \mu) - A(\Sigma^{-1} \mathbf{1}_{R^N})] \mu_{obj}$$

Avec : $A = \mathbf{1}_{R^N}' \Sigma^{-1} \mu$; $B = \mu' \Sigma^{-1} \mu$; $C = \mathbf{1}_{R^N}' \Sigma^{-1} \mathbf{1}_{R^N}$

- L'équation de la frontière efficiente regroupant les portefeuilles optimaux composés uniquement d'actifs risqués à pour expression :

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{1}{BC - A^2}} (C\mu_p^2 - 2A\mu_p + B)$$

ii. Portefeuille global de variance minimum.

Dans l'ensemble des portefeuilles efficients nous pouvons déterminer le portefeuille de variance minimum (noté VM).

- Le portefeuille global de variance minimum est déterminé par :

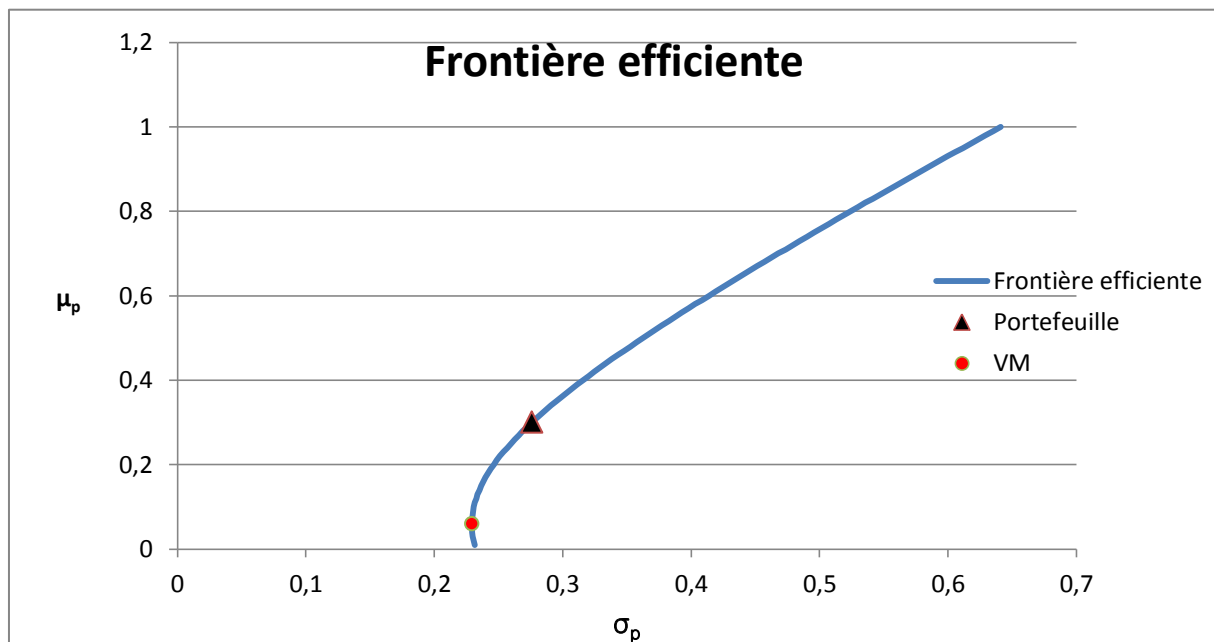
$$\omega_{VM} = \frac{1}{C} \Sigma^{-1} \mathbf{1}_{R^N} ; \mu_{VM} = \frac{A}{C} ; \sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{C}}$$

Dans notre simulation nous avons opté pour un rendement objectif (μ_{obj}) de 0,3 pour notre portefeuille. Les résultats obtenus sous Excel sont les suivants :

Objectif	
μ_{obj}	0,3
Calculs de A, B et C	
$A = \mathbf{1}'_{Rn} \Sigma^{-1} \mu$	1,111328915
$B = \mu' \Sigma^{-1} \mu$	2,538642821
$C = \mathbf{1}'_{Rn} \Sigma^{-1} \mathbf{1}_{Rn}$	19,02718565

Portefeuille	
Rend. Port. $w' \mu$	0,3
somme des poids $w' \mathbf{1}_{Rn}$	1,0000000
Variance Port. $w' \Sigma w$	0,076151074
Ecart type	0,275954841

VM	
μ_{VM}	σ_{VM}
0,05840742	0,22925178



En faisant varier μ_{obj} nous obtenons la frontière efficiente (semi-parabole en bleu).

b. Présence d'un actif sans risque.

i. Détermination de la frontière efficiente.

Contrairement à l'absence d'actif sans risque, une partie est investie en ASR de rendement (noté r_f) égal à 1,4%.

- Les poids du portefeuille efficient est déterminé par :

$$\omega_p = \frac{\mu_p - r_f}{\pi' \Sigma^{-1} \pi}$$

Avec : $\pi = \mu - r_f \mathbf{1}_{R^N}$ représentant la prime de risque.

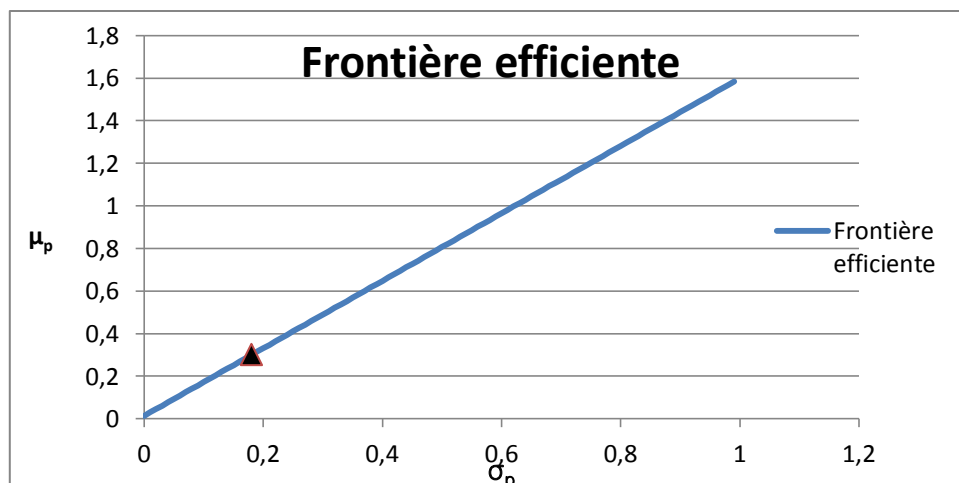
- L'équation de la frontière efficiente regroupant les portefeuilles optimaux composés uniquement d'actifs risqués à pour expression :

$$\mu_p = \sqrt{\pi' \Sigma^{-1} \pi} \sigma_p + r_f$$

En fixant un taux de 1.4% pour ASR et en gardant comme rendement objectif 0.3 nous avons obtenus :

Portefeuille	
Rend. Port. $w'\mu + w_{n+1}r_f$	0,3
somme des poids $w'\mathbf{1}_{R^N}$	0,09622887
Variance Port. $w'\Sigma w$	0,10681217
σ_p	0,18047649

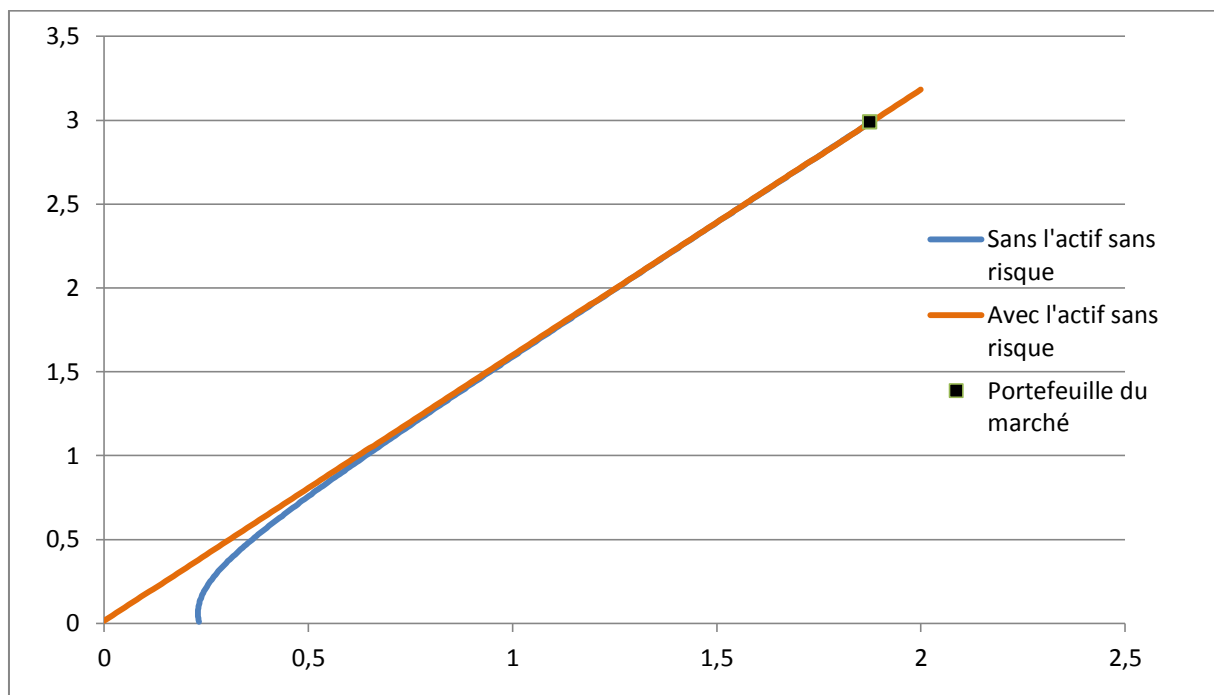
Calculs de A, B et C	
$\Pi' \Sigma^{-1} \Pi$	2,51125494
$\mu_{obj} - r_f / \Pi' \Sigma^{-1} \Pi$	0,11388728
Actif sans risque	
r_f	1,40%
w_{n+1}	0,90377113



ii. Portefeuille de marché (tangente)

Dans l'ensemble des portefeuilles efficients pour lesquels on peut ajouter un actif sans risque il existe un portefeuille uniquement composé d'actifs risqués. Ce portefeuille est à l'intersection des deux frontières efficientes. Le portefeuille de marché est celui qui a le plus grand ratio de Sharpe.

Portefeuille du marché	
μ_m	σ_m
2,98608112	1,87549218



Le portefeuille de marché marque la limite entre les portefeuilles sans levier et ceux utilisant le levier.

3. Allocation de portefeuille : modèle de Black-Litterman.

Contrairement au modèle de Markowitz qui est une allocation stratégique, le modèle de Black Litterman est un modèle d'allocation tactique. La différence entre ces deux est d'ordre temporel. L'allocation stratégique va être définie pour un horizon de temps relativement long (plusieurs années) alors que l'allocation tactique l'est sur un temps plus court (quelques mois). Le modèle de Black-Litterman est donc un ajustement de l'allocation stratégique aux conditions conjoncturelles du marché.

Les éléments principaux nécessaires à la détermination du portefeuille tactique sont les vues :

Vue	Description	Confiance
1	L'action BNP aura un rendement de 3% ± 2%	Niveau de confiance de 95%
2	L'action AXA surperformera ACCOR de 5% ± 3%	Niveau de confiance de 90%
3	L'action VINCI surperformera l'action AIR LIQUIDE et ALCATEL de 2% ± 1%	Niveau de confiance de 80%

Celles permettent de déterminer les rentabilités implicites dont la formule est la suivante :

$$\pi_{BL} = \left[(\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P \right]^{-1} \left[(\tau \Sigma)^{-1} \pi + P' \Omega^{-1} q \right]$$

Le poids tactique est quant à lui égal à :

$$\omega_{BL} = (k \Sigma)^{-1} \pi_{BL}$$

où k représente le coefficient d'aversion au risque.

Ci-dessous les résultats fournis par Excel :

τ (pond.)	0,5
----------------------------------	-----

r_f	1,4%
k (avers. risque)	0,84494832
k_{hist}	0,84494832
$\mu_{w,hist} = w' \mu$	2,98608112
$\sigma^2_{w,hist} = w' \Sigma w$	3,51747091

Actifs	w_{BL}	w_{BL} normalisé
ACCOR	2,7434	161,82%
CREDIT AGR	-1,6165	-95,35%
AIR LIQ	0,6690	39,46%
ALCATEL	-3,1039	-183,08%
DANONE	1,3549	79,92%
BNP	1,4903	87,90%
CARREF	-1,5147	-89,35%
CAP	1,1050	65,18%
AXA	0,1253	7,39%
VINCI	0,4426	26,11%
	1,6953	100,00%

Conclusion

La méthodologie de Markowitz permet au gérant du portefeuille de fixer les poids de son portefeuille selon la contrainte qu'il s'est fixé d'objectif de rentabilité par exemple. Cette allocation que l'on appelle stratégique, déterminée sur un horizon de moyen-terme, sera certainement ajustée suivant les conditions de marché : ce sera l'allocation tactique de Black Litterman. La méthodologie de Black et Litterman permet de proposer d'un outil d'allocation tactique quantitatif simple et performant, pouvant fortement aidé à la décision de gestion d'un portefeuille. Il sera ainsi possible de faire dévier les allocations stratégiques suivant les vues du gérant.