Nicolas Coeurdacier
nicolas.coeurdacier@pse.ens.fr
Cours de Macroéconomie 2 (Prof. A. Direr)

TD 8: Investissement - Structure de Financement

Exercice 1. Théorème de Modigliani-Miller

On considère une firme (j) dont les cash-flows à chaque période (t) sont π_t^j. La firme se finance en période 0 soit:

- par dette en quantité b. Chaque unité de dette verse 1 une unité de bien à chaque période. On note p_t^b le prix d'une unité de dette à la période (t).

- par actions: une action de la firme (j) verse en (t) le dividende d_t^j et on note p_t^j le prix de l'action à la période (t).

On normalise à n le nombre d'actions émises par la firme.

A chaque période, la firme rembourse d'abord sa dette puis verse ses dividendes aux actionnaires. On suppose qu'à toute période $\pi_t^j \geq b$.

Les détenteurs des titres émis par la firme maximisent à chaque période:

$$U_t = E_t \left[\sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} u(c_s) \right]$$

1) Exprimer d_t^j en fonction de π_t^j, b et n.

$$d_t^j = \frac{\pi_t^j - b}{n}$$

2) Montrer que le prix (p_t^b) d'une unité de dette en (t) est:

$$p_t^b = E_t \left(\sum_{s=1}^{\infty} \beta^s \frac{u'(c_{t+s})}{u'(c_t)} \right)$$

Equation d'Euler donne:

$$p_t^b u'(c_t) = \beta E_t(u'(c_{t+1})(1 + p_{t+1}^b))$$

En itérant forward on trouve bien la relation demandée.

2) Montrer que le prix (p_t^j) d'une action en (t) est:

$$p_t^j = E_t \left(\sum_{s=1}^{\infty} \beta^s \frac{u'(c_{t+s})}{u'(c_t)} d_{t+s}^j \right)$$

Equation d'Euler donne:

$$p_t^j u'(c_t) = \beta E_t(u'(c_{t+1})(d_{t+1}^j + p_{t+1}^j))$$

On itère forward et on trouve la relation demandée (cf. TD5).

3) Exprimer la valeur de la firme $V_t = np_t^j + bp_t^b$ en fonction des cash-flows futurs de la firme. Commenter.

$$\begin{aligned} V_t &= np_t^j + bp_t^b \\ &= E_t\left(\sum_{s=1}^{\infty} \beta^s \frac{u'(c_{t+s})}{u'(c_t)} \left(d_{t+s}^j + b\right)\right) \\ &= E_t\left(\sum_{s=1}^{\infty} \beta^s \frac{u'(c_{t+s})}{u'(c_t)} \pi_t^j\right) \end{aligned}$$

La valeur de la fime est donc indépendante du mode de financement et ne dépend que des cash-flows futurs escomptés anticipés (Modigliani-Miller).

4) On suppose que la firme émet n nouvelles actions au prix $\widetilde{p_t^j}$. Les revenus générés par cette émission sont entièrement utilisés pour réduire sa dette de b à $\widetilde{b}$. Déterminer $\widetilde{b}$ en fonction de b, n, $\widetilde{p_t^j}$ et p_t^b. Comment une telle opération affecte le prix d'une action, la valeur de la firme?

Les cash-flows sont inchangés. Il y a désormais $(2n)$ actions. Donc chaque action verse un dividende:

$$\widetilde{d_t^j} = \frac{\pi_t^j - \widetilde{b}}{2n}$$

Le rachat de dette coûte $p_t^b(b - \widetilde{b}) = n\widetilde{p_t^j}$ donc $\widetilde{b} = b - \frac{n\widetilde{p_t^j}}{p_t^b}$

$$\begin{aligned} \widetilde{p_t^j} &= E_t\left(\sum_{s=1}^{\infty} \beta^s \frac{u'(c_{t+s})}{u'(c_t)} \widetilde{d_{t+s}^j}\right) \\ &= E_t\left(\sum_{s=1}^{\infty} \beta^s \frac{u'(c_{t+s})}{u'(c_t)} \left(\frac{\pi_t^j - \widetilde{b}}{2n}\right)\right) \\ &= E_t\left(\sum_{s=1}^{\infty} \beta^s \frac{u'(c_{t+s})}{u'(c_t)} \left(\frac{\pi_t^j - b + \frac{n\widetilde{p_t^j}}{p_t^b}}{2n}\right)\right) \\ &= \frac{p_t^j}{2} + \left(\frac{1}{2}\frac{\widetilde{p_t^j}}{p_t^b}\right) E_t\left(\sum_{s=1}^{\infty} \beta^s \frac{u'(c_{t+s})}{u'(c_t)}\right) \\ &= \frac{p_t^j}{2} + \frac{\widetilde{p_t^j}}{2} \end{aligned}$$

donc: $\widetilde{p_t^j} = p_t^j$ et le prix d'un stock n'est pas affecté par cette opération car la dilution des stocks est compensée par la hausse des dividendes (du fait du rachat de dette).

$$\begin{aligned} V_t &= 2np_t^j + \widetilde{b}p_t^b \\ &= E_t\left(\sum_{s=1}^{\infty} \beta^s \frac{u'(c_{t+s})}{u'(c_t)} \pi_t^j\right) \end{aligned}$$

Evidemment la valeur de la firme repose toujours sur les mêmes cash-flows et donc elle demeure inchangée.

On se place à nouveau dans le cadre initiail avec n titres au prix p_t^j et un stock de dette b. Cependant, les dividendes sont soumis à l'impôt sur les sociétés au taux de taxe (τ) tandis que la dette est exemptée de taxe.

5) Calculer la valeur de la firme $V_t(\tau, b)$ en fonction de $V_t(0, b)$ calculé à la question 3). Commenter.

$$d_t^j(\tau, b) = (1-\tau)\frac{\pi_t^j - b}{n}$$

$$\begin{aligned} V_t(\tau, b) &= np_t^j(\tau, b) + bp_t^b \\ &= E_t\left(\sum_{s=1}^{\infty} \beta^s \frac{u'(c_{t+s})}{u'(c_t)} \left(nd_{t+s}^j(\tau, b) + b\right)\right) \\ &= E_t\left(\sum_{s=1}^{\infty} \beta^s \frac{u'(c_{t+s})}{u'(c_t)} \left[(1-\tau)\left(\pi_t^j - b\right) + b\right]\right) \\ &= (1-\tau)E_t\left(\sum_{s=1}^{\infty} \beta^s \frac{u'(c_{t+s})}{u'(c_t)} \pi_t^j\right) + \tau E_t\left(\sum_{s=1}^{\infty} \beta^s \frac{u'(c_{t+s})}{u'(c_t)} b\right) \\ &= (1-\tau)V_t(0, b) + \tau bp_t^b \end{aligned}$$

$V_t(0, b)$ est indépendant de b d'après le théorème de Modigliani-Miller mais τbp_t^b croît avec (b). La valeur de la firme n'est donc plus indépendante du mode de financement car le financement par endettement réduit le fardeau fiscal de la firme.

Doit-on en conclure que l'investissement devrait uniquement être financé par endettement? En pratique, la dette n'est pas complètement sans risque et une hausse du financement par endettement accroît le risque de la dette (risque de faillite non considéré ici). En particulier, si les faillittes sont coûteuses (coûts juridiques...), cela réduit les incitations à se financer par endettement. Ce trade-off entre avantages fiscaux et coûts de faillite permet de déterminer une structure optimale de financement.

Dans l'exercice suivant, nous allons considérer un autre trade-off entre financement par dette et par action fondé sur les asymétries d'information.

Exercice 2: Marché du capital en présence d'asymétries d'information

extrait de "The Theory of Corporate Finance", J. Tirole, Princeton University Press, 2006.

On considère un large nombre d'entrepreneurs ("emprunteurs") sans richesse initiale. Chacun est doté d'un projet nécessitant un investissement fixe I en période 1. Les cash-flows générés par chaque projet en période 2 sont R_S en cas de succès et R_F en cas d'échec avec $R_S > I > R_F$. Emprunteurs et investisseurs sont neutres au risque. Le taux d'intérêt est normalisé à 0 (ainsi lorsqu'un projet est financé, les investisseurs cherchent à récupérer au moins leur investissement en deuxième période).

Il existe deux types d'entrepreneurs: un "bon" entrepreneur a une probabilité de succès p et un "mauvais" entrepreneur une probabilité de succès q avec $q < p$.

Information symétrique

Dans un premier temps, nous supposons que les investisseurs peuvent identifier le type des entrepreneurs.

1) A quelle condition les "bons" (resp. les "mauvais" entrepreneurs) peuvent financer leur projet?

Positive NPV pour les "bons":

$$pR_S + (1-p)R_F > I$$

Positive NPV pour les "mauvais":

$$qR_S + (1-q)R_F > I$$

On suppose pour jusque la question 4) que les deux conditions précédentes sont vérifiées.

On suppose que le contrat de rémunération de l'entrepreneur de type (i) est de la forme suivante (où $i = B$ pour un "bon" entrepreneur et M pour un "mauvais"):
- $e_F^i \geq 0$ en cas d'échec du projet
- $e_S^i \geq 0$ en cas de succès du projet

2) A quelle condition sur $\left\{e_S^i; e_F^i\right\}$ le projet est-il financé? En déduire le contrat qui maximise le revenu anticipé de l'entrepreneur en deuxième période. Commenter.

Les investisseurs veulent au moins recouper leur investissement initial I et donc le projet est financé ssi:

$$\begin{aligned} p\left(R_S - e_S^B\right) + (1-p)\left(R_F - e_F^B\right) &\geq I \text{ pour } i = B \\ q\left(R_S - e_S^M\right) + (1-q)\left(R_F - e_F^M\right) &\geq I \text{ pour } i = M \end{aligned}$$

soit:

$$\begin{aligned} pe_S^B + (1-p)e_F^B &\leq pR_S + (1-p)R_F - I \\ qe_S^M + (1-q)e_F^M &\leq qR_S + (1-q)R_F - I \end{aligned}$$

L'entrepreneur de type (B) maximise $U_B = pe_S^B + (1-p)e_F^B$ sous la contrainte $pe_S^B + (1-p)e_F^B \leq pR_S + (1-p)R_F - I$. Donc l'entrepreneur s'approprie la totalité du surplus $[pR_S + (1-p)R_F - I]$. Idem pour l'entrepreneur M mais le surplus est plus faible.

Sans perte de généralité, on suppose $e_F^B = 0$. On suppose que les entrepreneurs de type (i) financent leur projet en émettant de la dette en quantité D_i et en vendant des actions au prix P_i . La quantité d'action est normalisée à 1.

Les dividendes distribués aux actionnaires en deuxième période sont le résidus entre le cash-flow généré, la rémunération de l'entrepreneur et le paiement de la dette. On suppose enfin que les coûts de faillite sont tels que la dette contractée (D_i) est toujours inférieure à R_F.

3) Comparer e_S^B et e_S^M. Déterminer P_i. Quel est le niveau de dette choisi par chacun des entrepreneurs?

$pe_S^B = pR_S + (1-p)R_F - I = p(R_S - R_F) + R_F - I$
$qe_S^M = q(R_S - R_F) + R_F - I$
donc: $e_S^B - e_S^M = (I - R_F)\left(\frac{p-q}{pq}\right) > 0$
En cas de succès, le dividende est $d_{iS} = R_S - e_S^i - D_i \geq 0$
En cas d'échec, le dividende est $d_{iF} = R_F - e_F^i - D_i \geq 0$
donc comme les proba de succès est p pour un "bon" entrepreneur et q pour un mauvais:

$$\begin{aligned} P_B &= pd_{BS} + (1-p)d_{BF} = p\left(R_S - e_S^B\right) + (1-p)R_F - D_B = I - D_B \\ P_M &= qd_{MS} + (1-q)d_{MS} = q\left(R_S - e_S^M\right) + (1-q)R_F - D_M = I - D_M \end{aligned}$$

La valeur de la fime $(P_i + D_i)$ est donc indépendante du mode de financement et ne dépend que des cash-flows espérés pour les investisseurs externes (Modigliani-Miller) soit I ici.

De plus, noter qu'un entrepreneur peut extraire la totalité du surplus ex-ante (sans s'attribuer aucune rémunération ex-post) en vendant tous ses stocks et en payant le coût fixe I avec les bénéfices de sa vente.

Dans ce cas, pour les "bons" (idem pour les mauvais):

$$P_B = pR_S + (1-p)R_F$$

Et l'entrepreneur extrait la totalité du surplus ex-ante, soit $P_B - I$.

En présence d'asymétries d'information, une telle stratégie sera clairement dominé par un financement par la dette: en effet, le côut de la dette sera toujours le même mais le coût de financement par action sera supérieur pour les "bons" du fait des asymétries d'information.

I*nformation asymétrique*

Les investisseurs ignorent désormais si il ils prêtent à un "bon" entrepreneur mais connaissent la part totale de "bons" entrepreneurs (α) dans l'économie. On suppose toujours que le contrat de rémunération de l'entrepreneur de type (i) est de la forme suivante:
- $e_F^i \geq 0$ en cas d'échec du projet
- $e_S^i \geq 0$ en cas de succès du projet

4) A quelle condition le projet d'un "bon" entrepreneur est-il financé? En déduire une condition nécessaire pour que les projets soient financés? Commenter.

L'investisseur ne peut plus dissocier le "bon" du "mauvais" entrepreneur donc attribue la même proba. de succès (m) aux deux projets avec:

$$m = \alpha p + (1-\alpha)q$$

Les investisseurs veulent au moins recouper leur investissement initial I et donc le projet est financé ssi:

$$m\left(R_S - e_S^B\right) + (1-m)\left(R_F - e_F^B\right) \geq I$$

Donc $mR_S + (1-m)R_F \geq I$ (cas où l'entrepreneur ne touche aucune compensation) est une condition nécessaire au financement des projets: sinon le marché s'effondre (alors même que les "bons" entrepreneurs peuvent être rentables soit $pR_S + (1-p)R_F > I$!). L'asymétrie d'information réduit les chances des "bons" entrepreneurs d'être financés. Par ailleurs, pour certaines conditions des paramètres, les mauvais entrepreneurs sont financés alors que leur projet à une NPV négative!

5) A partir de la contrainte de financement, montrer que le revenu anticipé d'un "bon" entrepreneur en deuxième période peut se réécrire:

$$U_B = [pR_S + (1-p)R_F - I] - (1-\alpha)(p-q)\left[(R_S - e_S^B) - (R_F - e_F^B)\right]$$

En déduire le contrat $\{e_S^{B*}; e_F^{B*}\}$ qui maximise le revenu anticipé d'un "bon" entrepreneur en deuxième période.

$$\begin{aligned} U_B &= pe_S^B + (1-p)e_F^B \\ st &: \quad m\left(R_S - e_S^B\right) + (1-m)\left(R_F - e_F^B\right) = I \end{aligned}$$

or:
$\left(R_S - e_S^B\right) + (1-m)\left(R_F - e_F^B\right)$
$= p\left(R_S - e_S^B\right) + (1-p)\left(R_F - e_F^B\right) + (1-\alpha)(p-q)(R_F - R_S + e_S^B - e_F^B) = I$

donc:

$$\begin{aligned} U_B &= pe_S^B + (1-p)e_F^B \\ &= [pR_S + (1-p)R_F - I] - (1-\alpha)(p-q)\left[(R_S - e_S^B) - (R_F - e_F^B)\right] \\ &= (1-\alpha)(p-q)(e_S^B - e_F^B) + paramètres\ exogènes \end{aligned}$$

et le programme se réécrit

$$\begin{aligned} & \max(e_S^B - e_F^B) \\ st &: \quad m\left(R_S - e_S^B\right) + (1-m)\left(R_F - e_F^B\right) \geq I \end{aligned}$$

Donc en fixant $e_F^{B*} = 0$ et e_S^{B*} tel que la contrainte de financement soit satisfaite, B maximise sont utilité. Donc:

$$\begin{aligned} m\left(R_S - e_S^{B*}\right) + (1-m)R_F &= I \\ e_F^{B*} &= 0 \end{aligned}$$

Le "bon" entrepreneur cherche à aligner sa rémunération avec le succès de l'entreprise car relativement au "mauvais", il sait qu'il a plus de chance de succès et cela lui permet ainsi de minimiser le terme de subvention lié aux asymétries d'information $\left\{(1-\alpha)(p-q)\left[(R_S - e_S^B) - (R_F - e_F^B)\right]\right\}$.

6) Implémentation: Montrer qu'un contrat de financement de la forme suivante est optimal du point de vue de l'entrepreneur (B):
- quantité de dette émise en première période $D = R_F$
- émission d'actions qui paie $R_S - e_S^{B*} - R_F$ en cas de succès et 0 en cas d'échec.

[Montrer qu'un tel contrat assure le financement du projet et est cohérent avec les rémunérations optimales déterminées à la question 5)]

Comparer avec le cas d'information symétrique.

En cas d'échec: rembourse R_F et donc $e_F^{B*} = R_F - R_F = 0$

En cas de succès: rembourse R_F et verse le dividende $d = R_S - e_S^{B*} - R_F$ et l'entrepreneur touche $R_S - d - R_F = e_S^{B*}$.

Et la valeur de l'action est:

$P_E = m\left(R_S - e_S^{B*} - R_F\right) = I - R_F = I - D$ (d'après la défintion de e_S^{B*} à la question 5)) et l'entrepreneur sature juste sa contrainte de financement avec un tel contrat.

Contrairement à la partie précédente, l'entrepreneur n'est plus indifférent entre dette et action: il cherche premièrement à s'endetter au maximum (à condition de pouvoir rembourser) puis complète son financement par des émissions d'actions (Pecking Order Theory). En effet, le financement par action subventionne les "mauvais" entrepreneurs qui se font passer pour "bons" (en proposant le même contrat) car le prix des actions des "bons" entrepreneurs est sous-évalué par rapport aux cash-flows qu'elles génèrent.

7) Calculer la perte d'utilité d'un "bon" entrepreneur par rapport au cas d'information symétrique. Commenter.

En adoptant le contrat définit précédemment,
$U_B = pe_S^{B*} = \frac{p}{m}(me_S^{B*}) = \frac{p}{m}\left[(mR_S + (1-m)R_F) - I\right]$
donc:

$$\begin{aligned}
U_B &= \frac{p}{m}\left[(mR_S + (1-m)R_F) - I\right] \\
&= \left[\left(pR_S + (1-m)\frac{p}{m}R_F\right) - \frac{p}{m}I\right] \\
&= \left[\left(pR_S + \left(\frac{p}{m} - p\right)R_F\right) - \frac{p-m+m}{m}I\right] \\
&= \left[\left(pR_S + (\frac{p-m+m}{m} - p)R_F\right) - \frac{p-m}{m}I - I\right] \\
&= \left[(pR_S + (1-p)R_F) - I + \frac{p-m}{m}(R_F - I)\right] \\
&= NPV - (I - R_F)\,\frac{p-m}{m}
\end{aligned}$$

avec NPV la NPV du projet des "bons" entrepreneurs = l'utilité dans le cas d'info. symétrique. Donc la perte d'utilité est $(I - R_F)\,\frac{p-m}{m}$. Plus l'écart entre la vrai proba de réussite et celle perçue par le marché est importante, plus la perte d'utilité est importante: autrement plus l'asymétrie d'info est grande, plus le coût pour les bons entrerepreneurs qui subventionnent les "mauvais" est important. De plus noter que la perte d'utilité est proportionnelle à la part financée par actions $(I - D) = (I - R_F)$: en effet, c'est bien le financement par action (actif à faible contenu informationnel) qui subventionne "les mauvais" au détriment des "bons". Noter enfin que lorsque $p = m$, on est ramené au cas d'info. symétrique car tous les entrepreneurs sont identiques.