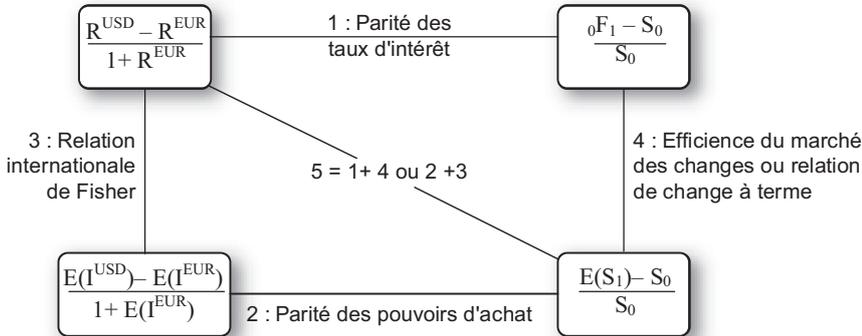




# Les relations de base entre les taux de change, les taux d'intérêt et les taux d'inflation

Les relations de base en économie qui lient les principales variables monétaires nationales et étrangères, telles que les taux d'intérêt réel et nominal, les taux d'inflation et les taux de change, sont résumées dans la figure II.2.1. L'objet de ce chapitre est de présenter ces différentes relations et leurs validités empiriques.

**Figure II.2.1**  
**Les conditions de parité internationales**



où :

- ${}_0F_1$  est le cours de change à terme négocié en  $t = 0$  pour  $t = 1$  (1 an plus tard) ;
- $S_0$  est le cours de change au comptant en  $t = 0$  ;
- $R^{EUR}$  est le taux d'intérêt nominal national, ici européen ;
- $R^{USD}$  est le taux d'intérêt étranger, ici américain ;
- $E(I^{EUR})$  est le taux d'inflation anticipé en Europe ;
- $E(I^{USD})$  est le taux d'inflation anticipé aux États-Unis ;
- $E(S_1)$  est le cours de change au comptant anticipé pour  $t = 1$ .

Les cours sont exprimés en unités de monnaie étrangère, ici en dollars, par unité de monnaie nationale, ici l'euro. L'euro est la monnaie directrice.

## 2.1 LA RELATION ENTRE LES TAUX DE CHANGE ET LES TAUX D'INTÉRÊT : LA PARITÉ DES TAUX D'INTÉRÊT COUVERTE

La parité des taux d'intérêt couverte correspond à la relation 1 de la figure II.2.1 qui est la suivante :

$$\frac{R^{USD} - R^{EUR}}{1 + R^{EUR}} = \frac{{}_0F_1 - S_0}{S_0} \quad (2.1).$$

Pour toutes les monnaies pour lesquelles un marché international libre existe, les cours de change au comptant, les cours de change à terme et les taux d'intérêt sont techniquement liés.

### 2.1.1 Exemple d'une opportunité d'arbitrage

Pour simplifier, les cours acheteur et vendeur sont identiques ainsi que les taux d'intérêt prêteur-emprunteur. Les conditions sur les différents marchés sont les suivantes :

- le cours de change au comptant :  $S_0 = 1,25 \text{ USD} / 1 \text{ EUR}$  ;
- le cours de change à terme :  ${}_0F_1 = 1,265 \text{ USD} / 1 \text{ EUR}$  ;
- le taux d'intérêt à un an du dollar US est de 5 % ;
- le taux d'intérêt à un an de l'euro est de 2 % .

Que va-t-il se passer dans cette situation ?

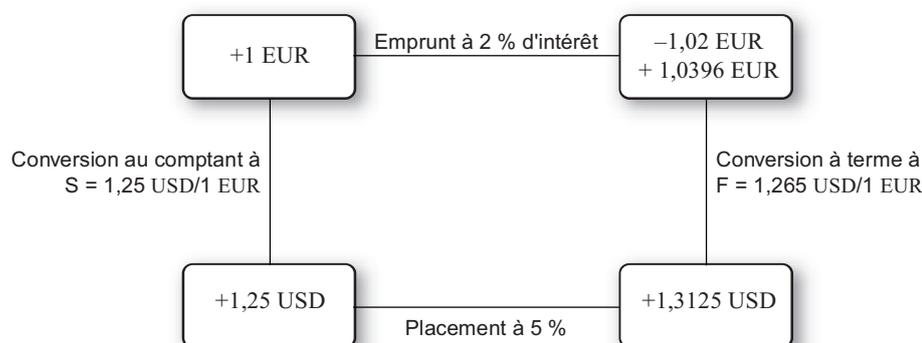
Pour profiter du différentiel des taux d'intérêt, un spéculateur emprunte des euros à un taux de 2 %, les convertit immédiatement en dollars et prête ces dollars. Le spéculateur fait donc un profit de 3 % sur l'opération d'emprunt-prêt, mais court le risque d'une large dépréciation du dollar dans un an. En effet, il doit rembourser son emprunt avec des euros, et devra donc convertir les dollars provenant de son placement dans un an.

Pour limiter ce risque, il peut cependant se couvrir en achetant les euros à terme pour fixer dès le départ le taux auquel les euros seront convertis en dollars dans un an, ici le taux de change à terme est de 1,265 USD pour 1 EUR.

La figure II.2.2 résume l'opération.

Figure II.2.2

Un exemple  
d'opportunité  
d'arbitrage



En conséquence, après avoir remboursé le prêt en euros, il restera à l'individu 0,0196 EUR, et cela sans risque puisque toutes les conditions sont fixées en  $t = 0$ .

Le profit est ici égal à :  $0,0196 / 1 = 0,0196 = 1,96 \%$ .

Un profit étant réalisé sans prendre de risque, il s'agit d'une opportunité d'arbitrage. Cette situation ne peut durer longtemps car tous les intervenants sur le marché tenteront d'en profiter jusqu'à ce que les taux reviennent à l'équilibre.

Le profit est égal à la différence entre le différentiel d'intérêt et le taux de dépréciation du dollar :

- le différentiel d'intérêt = 3 % ;
- le taux de dépréciation du dollar =  $(1,265 - 1,25) / 1,25 = + 1,2 \%$  ;
- le gain final (approché) = 3 % - 1,2 % = 1,8 %.

Nous retrouvons approximativement le taux de rentabilité obtenu plus haut. En fait, il faut prendre en compte qu'initialement, l'investisseur a emprunté pour investir. Il n'a pas immobilisé de fonds et la rentabilité de l'opération est en fait infinie, ou encore cette opération procure une rentabilité en excès de 1,8 % par rapport au taux de rentabilité d'un investissement sans risque, et cela sans prendre de risque non plus.

### 2.1.2 Absence d'opportunité d'arbitrage

La relation est vérifiée si les conditions sur le marché sont telles qu'aucune opportunité d'arbitrage n'existe.

#### Exemple

Si, dans l'exemple précédent, l'ajustement se fait sur les cours à terme, que se passe-t-il ?

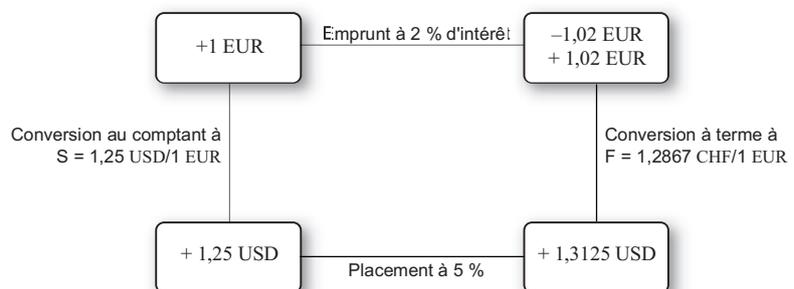
Réolvons le problème suivant :

- le cours de change au comptant (S) est égal à 1,25 USD / 1 EUR ;
- le cours de change à terme (F) ? USD / 1 EUR est à établir ;
- le taux à un an sur les dépôts d'euro-devises en euros est de 2 % ;
- le taux à un an sur les dépôts d'euro-devises en dollars est de 5 %.

Dans ce cas, il n'y aura plus d'opportunité d'arbitrage si  $F = 1,2867$  USD / 1 EUR car, en  $t = 1$ , on perçoit exactement ce que l'on doit en dollars. La figure II.2.3 illustre ce cas de figure.

Figure II.2.3

**Absence d'opportunité d'arbitrage. La parité des taux d'intérêt couverte et la parité des taux d'intérêt non couverte**



Dans notre exemple, si  ${}_0F_1$  est le cours de change à terme,  $S_0$  le cours de change au comptant,  ${}_0R_1^{EUR}$  le taux d'intérêt sur les euros et  ${}_0R_1^{USD}$  le taux d'intérêt sur les dollars pour la période de 0 à 1, l'égalité suivante est obtenue :

$$1 \text{ EUR} \times S_0 \times (1 + {}_0R_1^{USD}) / {}_0F_1 = 1 \text{ EUR} \times (1 + {}_0R_1^{EUR}) \quad (2.2)$$

qui peut encore s'exprimer ainsi :

$${}_0F_1/S_0 = (1 + {}_0R_1^{USD}) / (1 + {}_0R_1^{EUR}) \quad (2.3)$$

ou

$$({}_0F_1 - S_0)/S_0 = ({}_0R_1^{USD} - {}_0R_1^{EUR}) / (1 + {}_0R_1^{EUR}) \quad (2.4)$$

Cette relation est souvent approchée comme suit :

$$({}_0F_1 - S_0)/S_0 = {}_0R_1^{USD} - {}_0R_1^{EUR} \quad (2.5)$$

La relation de la parité des taux d'intérêt couverte s'interprète de la façon suivante.

Si les cours sont établis en termes d'unités de monnaie étrangère qu'il faut pour acheter une unité de monnaie nationale, le taux de report ou de déport de la monnaie nationale vis-à-vis de la monnaie étrangère est égal à la différence entre le taux d'intérêt dans la monnaie étrangère et le taux d'intérêt dans la monnaie nationale.

En conséquence, une monnaie avec un taux d'intérêt élevé est dite faible, tandis qu'une monnaie avec un taux d'intérêt bas est dite forte. Si une devise est cotée en unités de monnaie étrangère (au certain), et qu'elle est associée à un taux d'intérêt plus élevé que celui de la monnaie étrangère, elle se négociera avec un déport à terme reflétant l'attente d'une dépréciation de la monnaie nationale. Une devise avec un taux d'intérêt plus bas que celui de la monnaie nationale se négociera avec un report à terme reflétant l'attente d'une appréciation de cette devise. Lorsque les taux d'intérêt sont identiques, les deux monnaies sont dites au pair : le cours à terme est égal au cours au comptant.

La même relation tient pour des maturités inférieures à un an. Il faut cependant que les taux d'intérêts soient transformés en taux d'intérêt sur la période d'investissement.

Pour un contrat avec une maturité de  $n$  mois, le taux d'intérêt utilisé doit être divisé par 12 et multiplié par  $n$ . Lorsqu'on raisonne en jours, on calcule les intérêts sur 360 jours sauf pour la livre sterling (365 jours). La relation de parité des taux d'intérêt est alors la suivante :

$${}_0F_n = S_0 \times [(1 + ({}_0R_n^{USD} \times n/360)) / (1 + ({}_0R_n^{EUR} \times n/360))]$$

où  $n$  est le nombre exact de jours<sup>1</sup>.

**Exemple**

Le taux de change au comptant  $S_0 = 1,25 \text{ USD} / 1 \text{ EUR}$ .

Les taux d'intérêt à 3 mois sont :

- ${}_0R_3^{\text{USD}} = 5 \%$ ;
- ${}_0R_3^{\text{EUR}} = 2 \%$ .

Quel doit être le taux de change à terme à 3 mois ?

Le taux de change à terme à 3 mois  $F$  est tel que :

$${}_0F_3 = 1,25 \times [(1 + 0,05 (90/360)) / (1 + 0,02 (90/360))] = 1,259 \text{ USD} / 1 \text{ EUR}.$$

Le taux de change à terme est simplement calculé en appliquant au taux de change comptant le différentiel de taux d'intérêt ramené à la période considérée.

De même, les cours à terme acheteur et vendeur seront calculés en utilisant les cotations acheteur-vendeur sur les taux de change au comptant et les taux d'intérêt prêteur et emprunteur. Les différentes analyses empiriques ont en règle générale confirmé la parité des taux d'intérêt couverte, sauf lorsqu'il y a des imperfections telles que celles créées par les contraintes sur les changes, les restrictions gouvernementales ou toute contrainte sur la circulation des capitaux.

## 2.2 LA RELATION ENTRE LES TAUX D'INFLATION ET LES TAUX DE CHANGE : LA PARITÉ DES POUVOIRS D'ACHAT

---

Avec la parité des taux d'intérêt, la parité des pouvoirs d'achat (PPA) est une des relations les plus utilisées en finance internationale et constitue souvent une hypothèse de base de nombreuses théories sur les taux de change. Elle est représentée par la relation 2 de la figure II.2.1 :

$$[E(I^{\text{USD}}) - E(I^{\text{EUR}})] / [1 + E(I^{\text{EUR}})] = [E(S_1) - S_0] / S_0 \quad (2.6)$$

Sous sa forme la plus simple, elle établit que les taux de change s'ajustent parfaitement aux différentiels d'inflation, et est souvent approchée par la relation suivante :

$$[E(S_1 - S_0) / S_0] = E(I^{\text{USD}}) - E(I^{\text{EUR}})$$

**Exemple**

$S_0 = 1,3 \text{ USD} / 1 \text{ EUR}$ ,  $I^{\text{EUR}} = 10 \%$  et  $I^{\text{USD}} = 20 \%$ , quelle est la valeur anticipée de  $S_1$  ?

$(E(S_1) - S_0) / S_0 = 0,10$  et donc  $S_1 = 1,43 \text{ USD} / 1 \text{ EUR}$ .

*A priori*, les études empiriques indiquent que la PPA n'est pas vérifiée à court terme. En revanche, les résultats sont moins clairs concernant la vérification à long terme de la PPA. Statistiquement parlant, la PPA n'est pas vérifiée à long terme mais elle donne une bonne indication sur la tendance suivie par les taux de change.

## 2.3 LA RELATION ENTRE LES TAUX D'INTÉRÊT NOMINAUX ET LES TAUX D'INFLATION : LA RELATION INTERNATIONALE DE FISHER

Elle correspond à l'équation 3 de la figure II.2.1 :

$$(R^{USD} - R^{EUR}) / (1 + R^{EUR}) = [E(I^{USD}) - E(I^{EUR})] / 1 + E(I^{EUR}) \quad (2.8)$$

Elle découle de la relation internationale de Fisher qui lie dans l'univers national les taux d'intérêt et les taux d'inflation. La relation de Fisher indique que le taux d'intérêt nominal est égal au taux d'intérêt réel plus le taux d'inflation anticipé.

Le taux d'intérêt nominal (R) est défini par :

$$1 + R = (1 + r) (1 + E(I)) \quad (2.9)$$

où :

- R est le taux d'intérêt nominal sur la période considérée;
- r est le taux d'intérêt réel sur la période considérée;
- E(I) est le taux d'inflation anticipé pour la période considérée.

Et si, comme le suppose I. Fisher (1930), les taux d'intérêt réels restent constants à court terme, les fluctuations des taux d'intérêt nominaux à court terme sont uniquement dues aux modifications des anticipations sur l'inflation.

Pour démontrer la relation (2.8), il faut considérer la relation de Fisher dans les cas européen et américain, ce qui donne :

- pour le cas européen :  $1 + R^{EUR} = (1 + r^{EUR}) (1 + E(I^{EUR}))$  (2.10)

- pour le cas américain :  $1 + R^{USD} = (1 + r^{USD}) (1 + E(I^{USD}))$  (2.11)

Ensuite, il faut diviser les deux équations (2.10) et (2.11) terme à terme :

$$(1 + R^{USD}) / (1 + R^{EUR}) = ((1 + r^{USD}) (1 + E(I^{USD}))) / ((1 + r^{EUR}) (1 + E(I^{EUR}))) \quad (2.12)$$

Enfin, si comme le suppose Fisher, les taux d'intérêt réels sont les mêmes partout, cette équation peut se simplifier, ce qui permet d'obtenir la contrepartie de la relation de Fisher au niveau international :

$$(1 + R^{USD}) / (1 + R^{EUR}) = [1 + E(I^{USD})] / [1 + E(I^{EUR})] \quad (2.13)$$

soit, par approximation,  $R^{USD} - R^{EUR} = E(I^{USD}) - E(I^{EUR})$  (2.14)

Le différentiel entre les taux d'intérêt nominaux est donc égal au différentiel entre les taux d'inflation anticipés.

De nombreux économistes considèrent que la relation internationale de Fisher est en fait celle donnée pour la parité des taux d'intérêt couverte. *A priori*, la formulation donnée ici de la relation internationale de Fisher semble être la plus conforme à l'hypothèse initiale de Fisher selon laquelle le taux d'intérêt réel (taux d'intérêt nominal moins taux d'inflation) est constant et identique dans tous les pays.

D'après les résultats actuels des tests, la relation internationale de Fisher n'est pas vérifiée, ni à court terme ni à long terme.